

PROIZVODNA FUNKCIJA I TEHNO-EKONOMSKA OPTIMIZACIJA U KOMBINOVANJU PROIZVODNIH INPUTA

Milorad Pavličić

Mašinski fakultet, Kraljevo, Srbija

U organizovanju ekonomske, posebno proizvodne delatnosti u preduzeću, neophodna je racionalna kombinacija proizvodnih inputa. Međutim, kao što je poznato, aspekti tehničko-tehnološke i ekonomske optimizacije bitno se razlikuju. Početni korak pri utvrđivanju optimuma tiče se definisanja proizvodne funkcije, kvantitativnog odnosa koji izražava maksimalne količine outputa stvorene uz minimalne količine inputa. U radu se analiziraju proizvodne funkcije sa jednim i sa dva varijabilna inputa, kao i proizvodna funkcija sa fiksnim kombinacijama dva varijabilna inputa. Sve one, uz određena analitička ograničenja, pružaju prihvatljive odgovore u određivanju tehničko-tehnološke optimizacije. Ali, određivanje ekonomskog optimuma u kombinovanju resursa nije moguće bez određenih vrednosnih i cenovnih parametara, bez utvrđivanja graničnog prinosa i graničnog troška, odnosno cene koštanja outputa i njegove prodajne cene. Privid postizanja boljeg kvantitativnog proizvodnog rezultata uz poštovanje samo tehničko-tehnološke optimizacije mora biti korigovan značajnim ekonomskim parametrima.

Ključne reči: Tehnička optimizacija, ekonomska optimizacija, proizvodna funkcija, inputi, outputi

UVOD

Kvalitet ekonomije poslovanja u preduzeću postiže se na različite načine. U osnovi, reč je o veštini kombinovanja ograničenih proizvodnih inputa i faktora koja se iskazuje njihovom pojedinačnom efektivnošću i efikasnošću ukupne proizvodnje. Kvalitet ekonomije poslovanja ne iskazuje se samo kroz prosto maksimiranje proizvodnih rezultata, koje se postiže izabranom varijantom kombinovanja, nego i kroz značajno strukturno "razmeštanje" uslova proizvodnje u preduzeću, kroz njegovu strukturu, kroz funkcije preduzeća i kroz njihovo funkcionisanje [1].

Proizvodna efikasnost preduzeća iskazuje se njegovim rezultatima. Ali, prosto iskazivanje rezultata bez utvrđivanja doprinosa inputa tim rezultatima samo po sebi nije potpuno. Rezultati poslovanja uvek su rezultat koji se postiže količinom angažovanih i utrošenih proizvodnih inputa. Time se želi reći da kvalitet ekonomije poslovanja predstavlja oblik ekonomske optimizacije preduzeća, jer se poslovni uspeh preduzeća meri kvantitativnim (naturalnim, materijalnim) i kvalitativnim (vrednosnim,

novčanim) odnosom inputa i outputa. Sledstveno tome, predmet ovog rada prethodno mora biti tehničko-tehnološka, a zatim i ekonomska optimizacija.

1. OPTIMUM, RAVNOTEŽA I PROIZVODNA FUNKCIJA

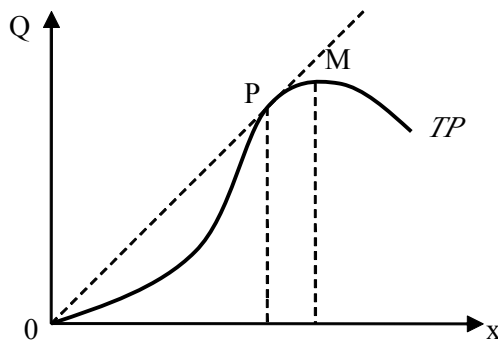
Pojam optimizacije i ekonomske ravnoteže stara su ekonomska pitanja koja su zaokupljala pažnju ekonomista uvek onda kada je trebalo utvrditi efektivnost i efikasnost, efektivnost i ekonomsku izdašnost proizvodnog inputa i njihovu zbirnu vrednosnu dimenziju. Kao što je poznato, pojam optimizacije u ekonomskoj teoriji vezuje se za W.Pareta, koji je za optimalno stanje u ekonomskoj aktivnosti uopšte, u procesu proizvodnje posebno, označio ono stanje u kome se javlja uvećana korisnost bar jednog proizvodnog inputa, a da, u isto vreme, ni u kom pogledu nije smanjena korisnost nekog drugog proizvodnog činioca. Time se optimum, kao "najbolji mogući skup vrednosti (veličina, varijabli) koji u datim uslovima zadovoljavaju postavljeni kriterijum" [2] ovde tretira kao element teorije društvene izdašnosti, jer ovako definisano optimalno stanje ne daje isključivo maksimalne rezultate, nego one rezultate koji se postižu u najpovoljnijim (optimalnim) odnosima.

Poput termina "optimizacije" i termin "ravnoteža" se u ekonomskoj teoriji koristi za opis jednog od poželjnih stanja. U formalizovanom smislu matematičke logike, ravnoteža se predstavlja znakom jednakosti (=) čime se utvrđuju uslovi kada se postojeće stanje udaljava od ravnoteže, a kada joj se približava. Preciznije, u smislu predmeta ove analize, ravnoteža bio predstavljala ono stanje u kome preduzeće izjednačava prihode sa izdacima, odnosno sa rashodima, što ni u kom slučaju nije poželjno (optimalno) stanje kojem preduzeće stvarno teži u dužem roku. Definisane ekonomske ravnoteže na prethodni način, kao ekonomskog stanja koje ne izražava "suprotnost sukoba, već određeno stanje sukobljenih strana, u kome se ne može poboljšati položaj ni jedne od njih" [3], daleko od poželjnog stanja funkcionisanja preduzeća, od stanja optimizacije u kome se postižu maksimalni rezultati poslovanja i koje pruža konkretne empirijske dokaze da ne postoji ni jedno drugo stanje koje bi davalo veće i bolje poslovne rezultate.

Matematički izraz kojim se utvrđuje kvantitativni odnos između inputa i outputa definisan je kao proizvodna funkcija, jer se njome izražava odnos između maksimalne količine outputa i minimalne količine inputa koji su im doprineli. Proizvodnom funkcijom se definiše rezultat proizvodnog procesa, output proizvodnog sistema. Zbog toga se proizvodna funkcija tretira i kao funkcija prinosa. Prinos je veličina proizvodnog rezultata i razlikuje se od drugih analitičkih kategorija rezultata, a posebno od ukupnog prihoda, koji je, pre svega, knjigovodstvena veličina. "Prinos je specifičan pojam koji upućuje na količinu proizvoda proizvedenih u toku nekog procesa proizvodnje, a u zavisnosti od uloženi faktora proizvodnje u taj proces"[4]. Zbog te činjenice kao i zbog različitog obuhvata proizvodnih inputa i njihovog uticaja na rezultat procesa proizvodnje, moguće su raznovrsne proizvodne funkcije.

Za potrebe ove analize, razmotriće se proizvodne funkcije sa jednim varijabilnim inputom, proizvodne funkcije sa dva varijabilna inputa i proizvodne funkcije sa fiksnim kombinacijama dva varijabilna inputa.

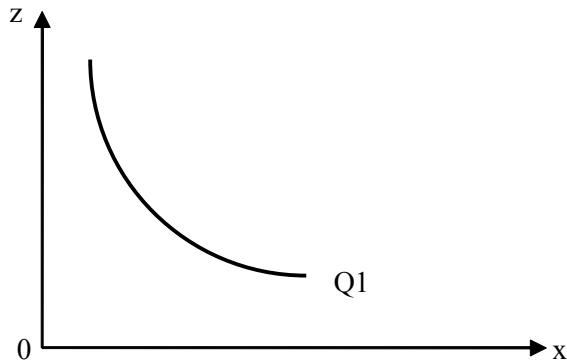
Proizvodna funkcija sa jednim varijabilnim inputom najjednostavniji je matematički izraz funkcionalne zavisnosti prinosa od utrošenog inputa. Naravno, realnost ovakvog ekonomskog modela dosta je problematična, jer je jasno da postoje drugi, nespecificirani i pretpostavljeni proizvodni inputi, koji nisu navedeni u modelu, koji se podrazumevaju, ne samo za ovaj, nego i za sve ostale modele, pa se uzimaju kao fiksni i nepromenljivi. Najjednostavniji matematički iskaz takve funkcije prinosa dat je jednačinom: $Q = f(x)$, gde je Q = proizvod (prinos iskazan količinom proizvoda), f = funkcionalni odnos, a x = varijabilni proizvodni input. Navedeni izraz samo je pojednostavljena matematička interpretacija proizvodnog procesa, jer je očigledno da za proizvodnju nije od značaja samo količina angažovanog i utrošenog proizvodnog inputa, nego i njegov kvalitet, uloga i njegov koeficijent iskorišćenja (koeficijent konverzije) u proizvodnom procesu. Pored toga, ovaj pojednostavljeni izraz ne može ni u kom slučaju obuhvatiti sve složenosti proizvodnje kao što su stotine pozicija u proizvodnji nekog proizvoda i sl. Na, primer, neki drugi, nematerijalni faktori procesa proizvodnje i organizacione veštine menadžmenta preduzeća, ni jednom proizvodnom funkcijom ne mogu se matematički kvantifikovati. Ipak, navedena funkcija prinosa vrlo je prisutna u ekonomskim analizama, a posebno kod analize i utvrđivanja delovanja zakona o prinosima. Na grafičkom prikazu navedene funkcije mogu se izvesti neki od značajnih ekonomskih zaključaka (slika 1.1.)



Slika 1.1.: Kriva ukupnog prinosa

Prvo, prateći krivu ukupnog prinosa (TP) od koordinatnog početka do tačke P, ukupan prinos raste, najpre sporije, zatim sve brže i brže, a od tačke P do tačke M sve sporije i sporije. U tački M kriva ukupnog prinosa dostiže svoj maksimum, posle čega beleži pad. Segmentiranje navedenih zona pokazuje da u zoni 0P deluje zakon rastućih, a u zoni PM zakon opadajućih prinosa. I drugo, navedeni zaključci se mogu izvesti analizom drugih analitičkih kategorija prinosa, kao što su prosečni i granični prinosi.

Na primer, u tački P dostiže se maksimalni prosečan prinos¹, a u tački M granični prinos² jednak je nuli, pa je to tačka zasićenja.



Slika 1.2. Izokvanta formirana u trodimenzionalnom modelu "prevodi" se u dvodimenzionalni model

Proizvodna funkcija sa dva (i više) varijabilna inputa složeniji je oblik ispoljavanja ekonomskog modela, koji je, zbog toga teže grafički prikazati. Reč je o proizvodnoj funkciji koja se iskazuje algebarskim izrazom: $Q = f(x, z)$, gde je: $Q =$ prinos, $f =$ funkcionalni odnos a, $x, z =$ proizvodni inputi. Grafički prikaz dva varijabilna inputa zahteva treću dimenziju, odnosno površinu koju ova dva inputa definišu, što je komplikovan grafički prikaz koji se u ekonomskoj teoriji kao takav izbegava. Zato se "pojednostavljuje" ceo postupak i izokvanta (kriva jednakog proizvoda) prikazuje se kao funkcija dva proizvodna faktora kao na slici 1.2.

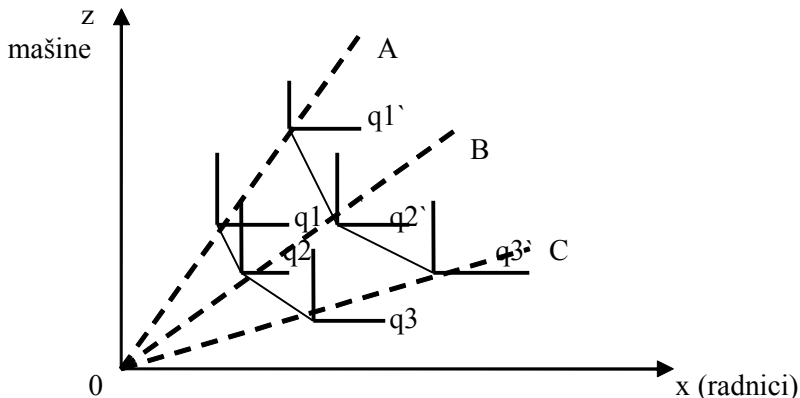
Izokvante su konveksne u odnosu na ishodište i potpuno ispunjavaju uslove delovanja zakona opadajućih prinosa, o kome je već bilo reči. Izokvanta koja je udaljenija od koordinatnog početka predstavlja kombinaciju inputa kojom se dobijaju veće količine outputa. Zbog toga se izokvante ne mogu međusobno seći. Ipak, ovakvi slučajevi kontinuiranih proizvodnih funkcija s neograničenim mogućnostima supstitucije dva inputa u praksi su vrlo retki. Češći su praktični slučajevi gde su dva varijabilna inputa komplementarna, ali kod kojih postoji mogućnost da se ta dva inputa različito kombinuju. Radi se, nesumnjivo, o proizvodnim funkcijama koje prikazuju fiksne kombinacije dva varijabilna inputa.

Najjednostavnija i najrasprostranjenija proizvodna funkcija sa fiksnim kombinacijama dva varijabilna inputa svakako je ona funkcija koja prikazuje odnos potrebnih radnika i potrebnih mašina na kojima oni rade. Ako se, na primer, podje od pretpostavke da na jednoj mašini može raditi samo jedan radnik (ili tačno određeni broj radnika), onda

¹ Prosečan prinos (AP) predstavlja broj jedinica outputa koji se dobijaju po svakoj jedinici utrošenog inputa. Zbog toga se prosečan prinos naziva jediničnim prinosom.

² Granični prinos (MP) predstavlja dodatnu količinu outputa koja je proizvedena dodatnom jedinicom inputa.

preduzeće može putem broja mašina (ali i adekvatnog broja radnika) povećavati ili smanjivati obim proizvodnje. Mašine i ljudim su varijabilni faktori, ali u strogo datim odnosima. Otuda će se, na grafičkom prikazu, krive jednakog proizvoda (izokvante) pojavljivati kao "grozdovi" (fiksne kombinacije varijabilnih inputa) na zrakasto postavljenim praktičnim solucijama. Prva solucija (A) prikazuje visoku tehničku opremljenost rada, a druga (C) – nisku tehničku opremljenost rada ili radno-intenzivnu proizvodnu tehniku (slika 1.3.):



Slika 1.4.. Različite proizvodne tehnike sa fiksnim kombinacijama dva varijabilna inputa

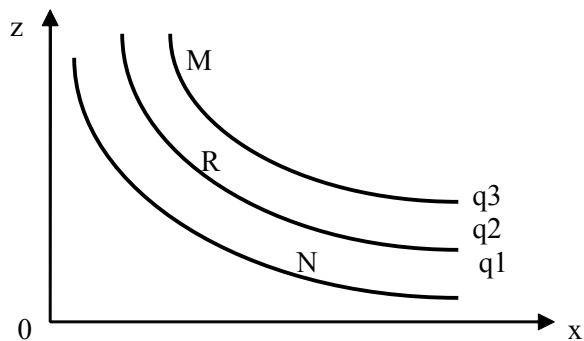
Navedeni grafički prikaz sasvim nedvosmisleno pokazuje da je moguće izabrati različite fiksne kombinacije dva varijabilna inputa u zavisnosti od toga da li se želi uvodjenje kapitalno ili radno intenzivne tehnike u proces proizvodnje. Na primer, na soluciji A izokvanta $q1'$ "zahteva" isti broj radnika kao izokvanta $q3$ na soluciji C (uz povećano angažovanje mašina) itd

2. TEHNIČKO-TEHNOLOŠKA I EKONOMSKA OPTIMIZACIJA (U KOMBINOVANJU PROIZVODNIH INPUTA)

Dosadašnja analiza kombinovanja inputa u procesu proizvodnje i nagoveštaj takvih rezultata zasnovani su na kvantitativnim relacijama utrošenih inputa i dobijenih outputa. To je, u stvari, definisala proizvodna funkcija. Ali, to je i prvi korak u utvrđivanju optimalne proizvodnje, pod kojom treba podrazumevati, kao što je već rečeno, maksimalnu količinu outputa dobijenu minimalno utrošenom količinom proizvodnih inputa. Takva optimizacija procesa proizvodnje nesumnjivo jeste tehničko-tehnološka optimizacija.

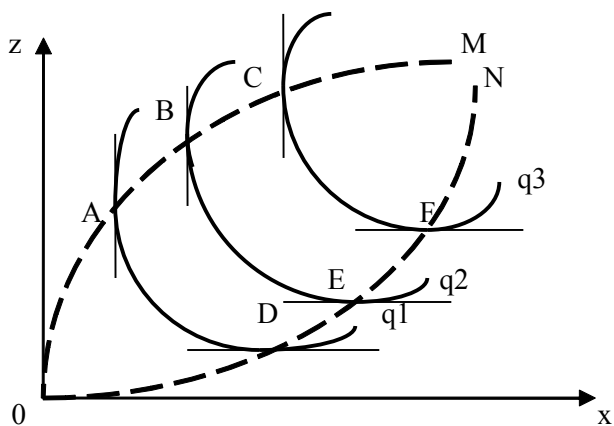
Analiza komplementarnih proizvodnih inputa dovela bi do zaključka da se tehničko-tehnološka optimizacija postiže odredjenim fiksnim kombinacijama varijabilnih proizvodnih inputa. Svaka kombinacija utrošenih inputa optimalna je sa aspekta dobijenih rezultata. Otuda je za optimalnu kombinaciju prihvaćena izokvanta koja je

najudaljenija od koordinatnog početka, a predstavlja kombinaciju proizvodnih inputa koja daje maksimalnu količinu outputa.



Slika 2.1.: *Ostvarenje maksimalnih efekata u slučaju komplementarnosti proizvodnih inputa*

Utvrđivanje tehničke optimizacije kod supstitutivnih proizvodnih inputa znatno je složenije. Dok je kod komplementarnih proizvodnih inputa za najpovoljniju kombinaciju izabrana najudaljenija izokvanta, kod supstitutivnih inputa, zbog zakrivljenog oblika izokvanti, optimalna rešenja se nalaze na određenim tačkama svih izokvanti. Drugim rečima, zbog delovanja zakona opadajućih prinosa, nisu izokvante supstitutivnih faktora u celini i uvek optimalne kombinacije proizvodnih inputa, već samo određene "zone" tih izokvanti, u kojima se sa najmanje ulaganja postižu najbolji rezultati. Navedeni stav ilustrovan je grafičkim prikazom 2.2.:



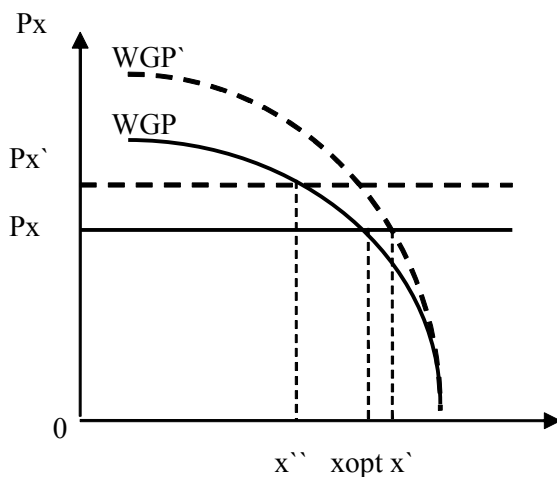
Slika 2.2. *Granice (optimalne) proizvodne površine*

Izokvante prikazane na slici 2.2. delimično su izmenjene i imaju zakrivljen oblik. Takvo prikazivanje izokvanti supstitutivnih proizvodnih faktora bazirano je na empirijskim činjenicama- da ovako prikazane vernije i bolje iskazuju delovanje zakona opadajućih prinosa. Tačke A,B,C,D,E,F prikazuju krajnje tačke u kojima izokvante

imaju pozitivan nagib. To su tačke koje definišu jednu proizvodnu površinu koja je data isprekidanim krivama OM i ON . U literaturi navedene krive nazivaju se linijama grebena ili linijama proizvodne površine. One definišu "polje" u kojima su izokvante negativnog nagiba. To je i polje tehničke optimalnosti proizvodnje, jer predstavlja polje gde svako smanjenje jednog proizvodnog inputa uzrokuje povećanje utroška drugog proizvodnog inputa, da bi output ostao nepromenjen. Ili, vrlo precizno rečeno "granice prihvatljive proizvodne površine ili linije grebena... razdvajaju one kombinacije utrošaka inputa... gde je njihov granični (fizički) proizvod pozitivan od onih kombinacija gde je granični (fizički) proizvod jednog od njih negativan" [5].

Navedena teorijska analiza, a posebno analiza dinamike (kretanja) prinosa, omogućava izvodjenje značajnih praktičnih zaključaka. Najpre, mora se prihvatiti neumitna činjenica o delovanju zakona opadajućih prinosa. Drugim rečima, zakon opadajućih prinosa u proizvodnji, pored toga što pokazuje opadajuću korisnost proizvodnih inputa, od menadžmenta preduzeća zahteva dodatne napore u organizaciji i inovacijama, čime bi se popravio ili zadržao relativno isti položaj u odnosu na druga preduzeća. Drugo, oportunitetni trošak kao svojevrsno žrtvovanje mogućih koristi od proizvodnje jednog da bi se proizvela određena količina drugog proizvoda, nije samo stvar izbora između dve ili više proizvodnih varijanti. Oportunitetni trošak se iskazuje količinom žrtvovanih proizvoda i može da bude dobar kriterijum za uvođenje proizvodnje novog proizvoda, za uvođenje nove tehnologije, za novu organizaciju funkcija. I na kraju, mogućnosti supstitucije proizvodnih inputa putem utvrđivanja granične stope supstitucije (ili granične stope transformacije, svejedno), pre je praktično, nego teorijsko pitanje. Supstituisati jedan proizvodni input drugim, za preduzeće znači stalno traganje za novim proizvodnim šansama, oblik tranzitnih puteva ka optimizaciji, odnosno maksimizaciji prinosa. Otuda priča o optimizaciji prinosa nikako ne može da bude okončana utvrđivanjem samo tehničke optimizacije. Za donošenje ispravnih inženjersko-ekonomskih odluka u procesu proizvodnje, potrebno je utvrditi ekonomsku optimizaciju.

Izloženom tehničkom optimizacijom nisu se mogli dati odgovori na brojna pitanja poslovanja preduzeća kao što su: finansijska ulaganja, cene proizvodnih inputa, finansijski iskaz utrošaka, odnosno troškovi proizvodnih inputa i dr. Da bi se utvrdila ekonomska optimizacija u kombinovanju proizvodnih inputa potrebno je "uvesti" neke ekonomske parametre, odnosno veličine. U postupnosti analize najpre će se uvesti tržišne cene outputa i vrednost graničnog proizvoda (prinosa) kao proizvod količine i cene.

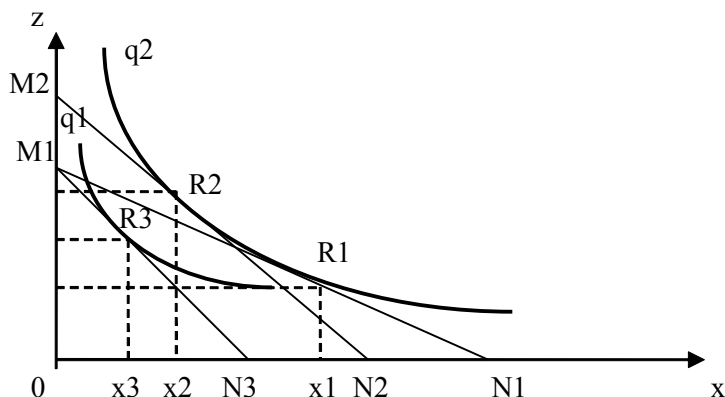


Slika 2.3.: *Optimalni obim proizvodnje kod proizvodne funkcije sa jednim varijabilnim inputom*

Na grafičkom prikazu 2.3. mogu se uočiti neke prlomne tačke u organizovanju proizvodnje, kao i optimalni obim proizvodnje. Kao što se iz pojednostavljenog grafičkog prikaza može zaključiti, cena proizvoda (p), cena proizvodnog inputa (p_x), a samim tim i vrednost graničnog proizvoda (WGP), parametri su koji značajno opredeljuju optimalni obim proizvodnje. Na slici se izdvajaju tri moguće zone proizvodnje: $0x''$, $0x_{opt}$ i $0x'$. To su, u stvari, zone ulaganja proizvodnih inputa.

Zona $0x_{opt}$ jeste zona koja je definisana presekom krive graničnog prinosa vrednosno iskazanog (WGP) i postignute cene varijabilnog inputa (p_x). To je sasvim razumljivo, jer će se ulagati onolika količina inputa koja ostvaruje granični proizvod koji je jednak jediničnoj ceni proizvodnog inputa. Ili, neće se ulagati ni trošiti više nego što se može proizvesti. Zona $0x'$ će se ostvariti samo u slučaju ako je zbog povoljnosti na tržištu postignuta veća cena proizvoda po jedinici, a ovde po njegovoj graničnoj veličini, dok će se zona proizvodnje $0x''$ ostvariti u slučaju kada dođe do povećanja cene varijabilnog inputa x . Tada će se, nesumnjivo, zbog povećanja cene proizvodnog inputa, a u slučaju ostalih neizmenjenih okolnosti, ulagati i proizvoditi u naznačenoj zoni proizvodnje.

Utvrđivanje ekonomskog optimuma na osnovu maksimalnih efekata i najnižih troškova nije jedini način njegovog utvrđivanja. Uticaj promene cena na optimalnu količinu inputa, a posebno uvođenje tehničkog napretka u proces proizvodnje "pomeraju" granice optimalne proizvodnje. Na slici 3.3. prikazan je uticaj promene cena na optimalnu kombinaciju inputa.



Slika 3.3.: Promena cena jednog varijabilnog inputa i optimalna kombinacija inputa

U ovom hipotetičkom slučaju došlo je do variranja (promene) cena inputa x (p_x), a pod pretpostavkom da se cene inputa y ($p_y = \text{const}$) ne menjaju. Za obim proizvodnje dat izokvantom q_2 uz cenu proizvodnog inputa p_{x1} , pravac najmanjih troškova dat je krivom M_1N_1 , a optimalna kombinacija tačkom R_1 . Ako, pak dodje do promene cena proizvodnog inputa x sa p_{x1} na p_{x2} , pri čemu je $p_{x1} < p_{x2}$, nagib novog pravca jednakih troškova (M_2N_2) mora biti veći od nagiba pravca M_1N_1 . Optimalni potezi preduzeća mogu se kretati u dva pravca. Najpre, pod pretpostavkom da je raspoloživi budžet relativno neograničen, preduzeće može proizvesti količinu proizvoda datu izokvantom q_2 uz minimalne izdatke u tački R_2 , gde pravac jednakih troškova M_2N_2 dodiruje ovu izokvantu. Ali, usled povećane cene proizvodnog inputa x dolazi i do efekta supstitucije. Efekat supstitucije pokazuje da će se neka količina inputa x (zbog povećanja cene inputa x) zameniti nekom količinom inputa y (kome cena nije menjana). Optimalna kombinacija je promenjena i data je tačkom R_3 koja se nalazi na pravcu jednakih troškova i izokvante q_1 , pri čemu je $q_1 < q_2$.

ZAKLJUČAK

Objašnjenje tehničke i ekonomske optimizacije u kombinovanju proizvodnih inputa, koja za rezultat ima maksimalnu količinu proizvoda, upućuje na zaključak da je ova tema izuzetno značajna iz nekoliko razloga. Najpre, tehno-ekonomska optimizacija je element donošenja poslovnih odluka menadžmenta preduzeća u vođenju poslovne politike. Zatim, očigledno je da bez utvrđivanja tehničko-tehnološke, a posebno ekonomske optimizacije, nema ni valjanih investicionih odluka. Odložena tekuća potrošnja radi očekivane povećane potrošnje u budućnosti mora biti zasnovana na konzistentnim ekonomskim parametrima koje definiše tehnoekonomska optimizacija. I na kraju, definisanje veličine serije, a posebno utvrđivanje optimalnog stepena iskorišćenja kapaciteta, nije moguće bez utvrđivanja optimuma i ravnoteže u smislu objašnjenja koja su data ovim radom.

LITERATURA

- [1] Videti više u: dr Milorad D.Pavličić, Ekonomika preduzeća- Elementi teorije mikroekonomije, ICIM+, Kruševac, 2004.godine, str.185-187 i u dr Milorad D. Pavličić, Osnovi ekonomije, Mašinski fakultet Kraljevo, 2006.godine, strana 231-238.
- [2] Ekonomski lekskon, "Savremena administracija", Beograd, 1975.godine, str.873.
- [3] Ravnoteža, "Ekonomska politika", br.1747/1985, Beograd, strana 9.
- [4] Vitomir Gašparović, Ekonomika obujma proizvodnje, "Informator", Zagreb, 1987.godine, strana 5.
- [5] dr Radojica Savković, Ekonomija –osnovi, "Naučna knjiga nova", Beograd 2002.godine, strana 43.

Summary

PRODUCTIVE FUNCTION AND TECHNO-ECONOMIC OPTIMIZE IN COMBINING OF PRODUCTIVE IN-PUTS

Scientific paper

Milorad Pavlicic

Faculty of Mechanical Engineering, Kraljevo, Serbia

In organizing economic, especially productive activeness in the enterprise necessarily is rational combination of productive in-puts. Nevertheless, like as we know, the aspects of techno-technological and economic optimize inherently are distinguished. The first step in defining of optimum is to go to defining of productive function (elementary), quantitative relation which predicate maximal deals out-puts created with minimal deals of in-puts. In this paper we are analysing productive functions with one and two variable in-puts. All of them, with some analytical limitations, give to us acceptable answers in decision techno-technological optimize. But, defining of economic optimum in combining of resources is impossible without some determinate qualities and costing parameters, without fixation of border purchasing and border cost, as to price of cost out-put and his selling price. Likelihood of obtain better quantitative productive result with tribute only techno-technological optimize must be corrected with important economic parameters.

Key words: Technical optimize, economic optimize, productive function, in-puts, out-puts.